

Nombre:

Legajo:

Carrera:

e-mail:

Nota Ej. 1	Nota Ej. 2	Nota Ej. 3	Nota Final

Observaciones:

- Resolver cada ejercicio en una hora por separado.
- Todo lo resuelto con Matlab debe ser copiado en la hoja tal cual fue escrito en el software.
- Para aprobar el totalizador se debe tener nota NO inferior a 4 en por lo menos dos ejercicios.

1) Sea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x^2 - xy - 5x = 1 \\ x + 3 \log(x) - y^2 = 0 \end{cases}$$

- a) Determinar la solución del sistema usando 4 iteraciones del método de Newton. (Usar 10 decimales).
- b) Considerar los valores hallados para x y calcular el error absoluto y relativo producido entre cada iteración.
- c) Considerando el error absoluto, ¿cuántas cifras decimales significativas se logra obtener en cada iteración? Expresarlas en notación exponencial considerando corte y aproximación.
- d) Si la cota de error absoluto fuese 10^{-2} , ¿cuál debería ser la última iteración?
- e) Transformar los dos últimos resultados a binario, considerando una representación tipo IEEE con 1 dígito para el signo, 3 dígitos para el exponente y 8 para la mantisa.
- f) Transformar los números resultantes en e) a decimal y calcular el error absoluto entre ellos. ¿Qué tipo de errores se produjeron entre los puntos e) y f)? Calcularlos.
- g) Si se deseaba mayor precisión en el resultado, ¿qué tipo de error se produce al no continuar iterando?
- h) ¿Existe alguna modificación del método usando en el inciso a) que facilite los cálculos realizados? En caso de existir, explicar detalladamente en qué consiste, cómo se obtiene la fórmula de iteración y cuál es la ventaja sobre el método usado en a).

2) Dada la siguiente ecuación:

$$f(x) = e^x - x^2$$

- a) Utilizar el método de Newton para encontrar un polinomio de interpolación de grado 3 en el intervalo $[0,1.5]$, utilizando puntos equiespaciados.
- b) Explicar en qué se basa el método de trazador cúbico y qué se espera obtener una vez resuelto el problema por este método.
- c) ¿Qué diferencia existe entre lo que se hubiera obtenido en b), un polinomio de aproximación y uno interpolante?

Nombre: Legajo: Carrera:

- d)** Explicar qué es la varianza utilizada en el ajuste de un polinomio por mínimos cuadrados. Dar su fórmula y explicar en qué consiste cada uno de sus términos.
- e)** Calcular la integral de la función original, en el intervalo dado, utilizando 1, 2, 4 y 8 trapecios.
- f)** Si se usara Simpson 1/3, cuántos intervalos serían necesarios como mínimo para poder asegurar una integral con un error menor a 10^{-10} .
- g)** Mejorar la aproximación de la integral calculada en d) con Romberg-Richardson.

3) a) Dada la siguiente ecuación diferencial ordinaria de segundo orden:

$$y''(x) + 3*y*y'(x) = 0$$

Es necesario encontrar los valores en los puntos, separados por $\Delta x = 0.25$, partiendo de $x = 0$ hasta $x = 2$. Aplicar el método de Euler mejorado para encontrar una solución aproximada, sabiendo que $y(0) = 0$ y $y'(0) = 1.5$. Plantear y hacer al menos dos iteraciones a mano, para el resto puede utilizar Matlab.

b) Sabiendo que el valor de $y(2) = 1$ para la ecuación diferencial de a), obtener los valores en los puntos intermedios por el método de las diferencias finitas. Tomar $\Delta x = 0.5$. Resolver el sistema de ecuaciones mediante el método de Newton Raphson para sistemas. Hacer 5 iteraciones comenzando con $Y=0$.

c) ¿Es posible encontrar una mejor aproximación de los valores en los puntos deseados, obtenidos en a) y b)? Justificar.

d) Dar un ejemplo de ecuación diferencial de 1er orden que represente un problema de valor inicial (PVI) donde el método de Euler provee la solución exacta. Justificar.